

# 高中 数学 必修 第一册

## 第一章 集合与常用逻辑用语 1.1 集合的概念 (答案解析)

### 一、单选题 (共7题)

1. 【单选题】下列说法: ①集合  $\{x \in \mathbb{N} | x^3 = x\}$  用列举法可表示为  $\{-1, 0, 1\}$  ; ②实数集可以表示为  $\{x | x \text{ 为所有实数}\}$  或  $\{\mathbb{R}\}$  ; ③方程组  $\begin{cases} x + y = 3, \\ x - y = -1 \end{cases}$  的解集为  $\{x = 1, y = 2\}$  . 其中说法正确的个数为 ( )

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

【正确答案】D

【更多习题信息】

难易度: 适中

知识点: 列举法和描述法表示集合、方程组解集的表示

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



2. 【单选题】已知集合  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$  ,  $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, y - x \in A\}$  , 则  $B$  中所含元素的个数为 ( )

- A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

【正确答案】D

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：列举法、集合元素个数

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



3. 【单选题】下列四组集合中表示同一集合的为（ ）

A.  $M = \{(-1, 3)\}, N = \{(3, -1)\}$

B.  $M = \{-1, 3\}, N = \{3, -1\}$

C.  $M = \{(x, y) | y = x^2 + 3x\}, N = \{x | y = x^2 + 3x\}$

D.  $M = \{\emptyset\}, N = \emptyset$

【正确答案】B

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合相等、集合的表示

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



4. 【单选题】已知集合  $P = \{y = x^2 + 1\}$  ,  $Q = \{y|y = x^2 + 1\}$  ,  $E = \{x|y = x^2 + 1\}$  ,  $F = \{(x,y)|y = x^2 + 1\}$  ,  $G = \{x|x \geq 1\}$  , 则 ( )

- A.  $P = F$
- B.  $Q = E$
- C.  $E = F$
- D.  $Q = G$

【正确答案】D

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合相等、集合的表示

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



5. 【单选题】若  $x \in \{1, 2, x^2\}$ ，则  $x$  的可能值为（ ）

- A. 0, 2
- B. 0, 1
- C. 1, 2
- D. 0, 1, 2

【正确答案】A

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：元素与集合的关系

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



6. 【单选题】对于任意两个正整数  $m, n$ ，定义某种运算“ $\otimes$ ”如下：当  $m, n$  都为正偶数或都为正奇数时， $m \otimes n = m + n$ ；当  $m, n$  中一个为正偶数，另一个为正奇数时， $m \otimes n = mn$ ，则在此定义下，集合  $M = \{(a, b) | a \otimes b = 8\}$  中的元素个数是（ ）

- A. 10
- B. 9
- C. 8
- D. 7

【正确答案】B

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：列举法、分类讨论

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



7. 【单选题】若集合  $A = \{x \in \mathbb{R} | (a - 1)x^2 + ax + 1 = 0\}$  中只有一个元素，则  $a = ( )$

- A. 4
- B. 2
- C. 0
- D. 1或2

【正确答案】D

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合元素个数、参数的分类讨论

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



## 二、多选题（共1题）

8. 【多选题】下列说法正确的是( )
- A. 联合国安理会常任理事国组成一个集合
  - B. 我校很喜欢足球的同学组成一个集合
  - C.  $\{1, 2, 3\}$  是由不大于3的自然数组成的集合
  - D. 数  $1, 0, 5, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{6}{4}, \sqrt{\frac{1}{4}}$  组成的集合中有5个元素

【正确答案】AD

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合的元素性质

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



### 三、填空题（共6题）

9. 【填空题】已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ ,  $B = \left\{ \frac{x}{y} \mid x, y \in A \right\}$ , 则集合  $B$  中的元素个数为\_\_\_\_\_。

【正确答案】13

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：列举法、元素的互异性

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



10. 【填空题】集合  $A = \{x - y, x + y, xy\}$ ,  $B = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2, 0\}$ , 若  $A = B$ , 则  $x + y =$  \_\_\_\_\_。

**【正确答案】** -1或1

**【更多习题信息】**

难度：适中

知识点：集合元素的互异性

**【智慧中小学APP扫码查看完整解析】**



11. 【填空题】函数  $f(x) = \lfloor x \rfloor$  的函数值表示不超过  $x$  的最大整数，例如  $\lfloor -3.5 \rfloor = -4, \lfloor 2.1 \rfloor = 2$ 。若集合  $A = \{y | y = \lfloor x \rfloor + \lfloor 2x \rfloor, 0 \leq x \leq 1\}$ ，则  $A$  中所有元素之和为\_\_\_\_\_。

**【正确答案】** 4

**【更多习题信息】**

难度：适中

知识点：列举法、分类讨论

**【智慧中小学APP扫码查看完整解析】**



12. 【填空题】已知  $x \in \mathbb{N}, \frac{6}{x+1} \in \mathbb{Z}$ ，若  $x$  的所有取值构成集合  $M$ ，则集合  $M = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【正确答案】 $\{0, 1, 2, 5\}$

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：列举法

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



13. 【填空题】设集合  $A = \left\{2, 3, a^2 - 3a, a + \frac{2}{a} + 7\right\}, B = \{|a - 2|, 0\}$ ，已知  $4 \in A, 4 \notin B$ ，则实数  $a$  的取值集合为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【正确答案】 $\{4\}$

**【更多习题信息】**

难易度：适中

知识点：元素与集合的关系、集合元素的个数

**【智慧中小学APP扫码查看完整解析】**



14. 【填空题】由实数  $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$  所组成的集合中，最多含有的元素个数为\_\_\_\_\_。

**【正确答案】** 2

**【更多习题信息】**

难易度：适中

知识点：集合的表示（列举法）

**【智慧中小学APP扫码查看完整解析】**



#### 四、复合题（共3题）

15. 【复合题】设  $A$  为实数集，且满足条件：若  $a \in A$ ，则  $\frac{1}{1-a} \in A (a \neq 1)$ 。求证：

(1) 【问答题】若  $2 \in A$ ，则  $A$  中必还有另外两个元素；

(2) 【问答题】集合  $A$  不可能是单元素集。

【正确答案】

(1) 【问答题】若  $a \in A$ ，则  $\frac{1}{1-a} \in A$

又因为  $2 \in A$ ，所以  $\frac{1}{1-2} = -1 \in A$

因为  $-1 \in A$ ，所以  $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \in A$ .

因为  $\frac{1}{2} \in A$ ，所以  $\frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2 \in A$ .

根据集合中元素的互异性可知， $A$  中另外两个元素为  $-1, \frac{1}{2}$ ，结论得证。

(2) 【问答题】若  $A$  为单元素集，则  $a = \frac{1}{1-a}$ ，

即  $a^2 - a + 1 = 0$ ，方程无实数解。所以  $a = \frac{1}{1-a}$ ,

所以集合  $A$  不可能是单元素集。

【提示】

(1) 【问答题】解析视频请查看最后一题。

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：元素与集合的关系、元素的互异性

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



16. 【复合题】集合  $M = \{x \in \mathbb{R} | f(x) = x\}$ ,  $N = \{x \in \mathbb{R} | f(f(x)) = x\}$ .

- (1) 【问答题】若  $f(x) = x^2 - 1$ , 求集合  $M$  和  $N$  (用列举法表示) ;  
(2) 【问答题】若  $f(x) = x^2 - 2x + c$  , 且  $M = N$  , 求实数  $c$  的取值范围.

【正确答案】

- (1) 【问答题】解: 因为函数  $f(x) = x^2 - 1$ ,

由  $f(x) = x$  , 可得方程  $x^2 - 1 = x$  , 解得  $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$  , 所以  $M = \left\{ \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$ ;

又由  $f(f(x)) = x$  , 即方程  $(x^2 - 1)^2 - 1 = x$  , 解得  $x = 0$  或  $-1$  或  $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$  ,

所以  $N = \left\{ 0, -1, \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$ .

对于任意  $x \in M$  , 即满足  $f(x) = x$  , 可得  $f(f(x)) = f(x) = x$  , 即  $x \in N$  ,

所以  $M \subseteq N$  .

- (2) 【问答题】解: 记  $y = f(x)$  , 则关于  $x$  的方程  $f(f(x)) = x$  的解为方程组  $\begin{cases} y = x^2 - 2x + c \\ x = y^2 - 2y + c \end{cases}$   
解的横坐标, 两式相减可得  $(x - y)(x + y - 1) = 0$ ,

要使得  $f(x) = x$  与  $f(y) = x$  有相同的解, 则方程的解集与  $x - y = 0$  相同,

所以方程  $x + y - 1 = 0$  无解, 即  $x^2 - x + c - 1 = 0$  无解, 或其解为  $x = \frac{1}{2}$  ,

所以  $\Delta = (-1)^2 - 4(c - 1) \leq 0$  , 解得  $c \geq \frac{5}{4}$  ,

所以实数  $c$  的取值范围是  $\left[ \frac{5}{4}, +\infty \right)$  .

**【提示】**

(1) 【问答题】解析视频请查看最后一题。

**【更多习题信息】**

难度度：适中

知识点：集合相等、集合的表示（列举法）

**【智慧中小学APP扫码查看完整解析】**



17. 【复合题】已知集合  $A = \{1, 2, a^2\}$ ,  $B = \{1, 2, -a\}$ .

(1) 【问答题】若集合  $A \cup B$  中有 4 个元素，求实数  $a$  不可以取的值的集合；

(2) 【问答题】是否存在实数  $a$ ，使  $B \subseteq A$ ，若存在，求出实数  $a$  的值；若不存在，说明理由.

**【正确答案】**

(1) 【问答题】 $\because A = \{1, 2, a^2\}$ ,  $B = \{1, 2, -a\}$ ,  $A \cup B$  有 4 个元素，

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, a^2, -a\}$$

$$\therefore a^2 \neq 1, a^2 \neq 2, a^2 \neq -a, -a \neq 1, -a \neq 2$$

$$\therefore a \neq \pm 1, a \neq \pm \sqrt{2}, a \neq 0, a \neq -2$$

$\therefore a$  不可以取的值的集合为  $\{-2, -\sqrt{2}, -1, 0, 1, \sqrt{2}\}$ .

(2) 【问答题】若  $B \subseteq A$ ，则  $-a \in A$ ,

$$\therefore$$
 由集合中元素的互异性知  $-a = a^2 \neq 1$

$$\therefore a = 0$$
 且  $a \neq -1$

当  $a = 0$  时,  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2\}$ ,  $B \subseteq A$

$\therefore$  存在实数  $a = 0$ , 使  $B \subseteq A$ .

**【提示】**

(1) 【问答题】解析视频请查看最后一题。

**【更多习题信息】**

难易度：适中

知识点：元素互异性、利用集合间的关系求参数

**【智慧中小学APP扫码查看完整解析】**

