

高中 数学 必修 第一册

第一章 集合与常用逻辑用语 1.1 集合的概念

(答案解析)

一、单选题 (共7题)

1. 【单选题】下列说法：①集合 $\{x \in \mathbb{N} | x^3 = x\}$ 用列举法可表示为 $\{-1, 0, 1\}$ ；②实数集可以表示为 $\{x | x \text{ 为所有实数}\}$ 或 $\{R\}$ ；③方程组 $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$ 的解集为 $\{x = 1, y = 2\}$. 其中说法正确的个数为 ()

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

【正确答案】D

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：列举法和描述法表示集合、方程组解集的表示

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



2. 【单选题】已知集合 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, y - x \in A\}$, 则 B 中所含元素的个数为 ()

- A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

【正确答案】D

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：列举法、集合元素个数

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



3. 【单选题】下列四组集合中表示同一集合的为（ ）

A. $M = \{(-1, 3)\}$, $N = \{(3, -1)\}$

B. $M = \{-1, 3\}$, $N = \{3, -1\}$

C. $M = \{(x, y) | y = x^2 + 3x\}$, $N = \{x | y = x^2 + 3x\}$

D. $M = \{\emptyset\}$, $N = \emptyset$

【正确答案】B

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合相等、集合的表示

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



4. 【单选题】已知集合 $P = \{y = x^2 + 1\}$, $Q = \{y | y = x^2 + 1\}$, $E = \{x | y = x^2 + 1\}$, $F = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$, $G = \{x | x \geq 1\}$, 则 ()

A. $P = F$

B. $Q = E$

C. $E = F$

D. $Q = G$

【正确答案】D

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合相等、集合的表示

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



5. 【单选题】若 $x \in \{1, 2, x^2\}$ ，则 x 的可能值为（ ）

A. 0, 2

B. 0, 1

C. 1, 2

D. 0, 1, 2

【正确答案】A

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：元素与集合的关系

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



6. 【单选题】对于任意两个正整数 m, n ，定义某种运算“ \ast ”如下：当 m, n 都为正偶数或都为正奇数时， $m \ast n = m + n$ ；当 m, n 中一个为正偶数，另一个为正奇数时， $m \ast n = mn$ ，则在此定义下，集合 $M = \{(a, b) | a \ast b = 8\}$ 中的元素个数是（ ）

- A. 10
- B. 9
- C. 8
- D. 7

【正确答案】B

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：列举法、分类讨论

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



7. 【单选题】若集合 $A = \{x \in R | (a - 1)x^2 + ax + 1 = 0\}$ 中只有一个元素，则 $a =$ （ ）

- A. 4
- B. 2
- C. 0
- D. 1或2

【正确答案】D

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合元素个数、参数的分类讨论

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



二、多选题（共1题）

8. 【多选题】下列说法正确的是()

- A. 联合国安理会常任理事国组成一个集合
- B. 我校很喜欢足球的同学组成一个集合
- C. $\{1,2,3\}$ 是由不大于3的自然数组成的集合
- D. 数 $1, 0, 5, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{6}{4}, \sqrt{\frac{1}{4}}$ 组成的集合中有5个元素

【正确答案】AD

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合的元素性质

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



三、填空题（共6题）

9. 【填空题】已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$, $B = \left\{ \frac{x}{y} \mid x, y \in A \right\}$, 则集合 B 中的元素个数为_____。

【正确答案】13

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：列举法、元素的互异性

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



10. 【填空题】集合 $A = \{x - y, x + y, xy\}$, $B = \{x^2 + y^2, x^2 - y^2, 0\}$, 若 $A = B$, 则 $x + y =$ _____。

【正确答案】 -1 或 1

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合元素的互异性

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



11. 【填空题】函数 $f(x) = [x]$ 的函数值表示不超过 x 的最大整数，例如 $[-3.5] = -4, [2.1] = 2$. 若集合 $A = \{y | y = [x] + [2x], 0 \leq x \leq 1\}$, 则 A 中所有元素之和为_____。

【正确答案】 4

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：列举法、分类讨论

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



12. 【填空题】已知 $x \in \mathbb{N}, \frac{6}{x+1} \in \mathbb{Z}$, 若 x 的所有取值构成集合 M , 则集合 $M =$ _____。

【正确答案】 $\{0, 1, 2, 5\}$

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：列举法

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



13. 【填空题】设集合 $A = \left\{2, 3, a^2 - 3a, a + \frac{2}{a} + 7\right\}, B = \{a - 2, 0\}$, 已知 $4 \in A, 4 \notin B$, 则实数 a 的取值集合为_____。

【正确答案】 $\{4\}$

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：元素与集合的关系、集合元素的个数

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



14. 【填空题】由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合中，最多含有的元素个数为_____。

【正确答案】2

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合的表示（列举法）

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



四、复合题（共3题）

15. 【复合题】设 A 为实数集，且满足条件：若 $a \in A$, 则 $\frac{1}{1-a} \in A (a \neq 1)$ 。求证：

(1) 【问答题】若 $2 \in A$ ，则 A 中必还有另外两个元素；

(2) 【问答题】集合 A 不可能是单元素集。

【正确答案】

(1) 【问答题】若 $a \in A$ ，则 $\frac{1}{1-a} \in A$

又因为 $2 \in A$ ，所以 $\frac{1}{1-2} = -1 \in A$

因为 $-1 \in A$ ，所以 $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \in A$ 。

因为 $\frac{1}{2} \in A$ ，所以 $\frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2 \in A$ 。

根据集合中元素的互异性可知， A 中另外两个元素为 $-1, \frac{1}{2}$ ，结论得证。

(2) 【问答题】若 A 为单元素集，则 $a = \frac{1}{1-a}$ ，

即 $a^2 - a + 1 = 0$ ，方程无实数解。所以 $a = \frac{1}{1-a}$ ，

所以集合 A 不可能是单元素集。

【提示】

(1) 【问答题】解析视频请查看最后一题。

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：元素与集合的关系、元素的互异性

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



16. 【复合题】集合 $M = \{x \in \mathbf{R} | f(x) = x\}$, $N = \{x \in \mathbf{R} | f(f(x)) = x\}$.

(1) 【问答题】若 $f(x) = x^2 - 1$, 求集合 M 和 N (用列举法表示);

(2) 【问答题】若 $f(x) = x^2 - 2x + c$, 且 $M = N$, 求实数 c 的取值范围.

【正确答案】

(1) 【问答题】解: 因为函数 $f(x) = x^2 - 1$,

由 $f(x) = x$, 可得方程 $x^2 - 1 = x$, 解得 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$, 所以 $M = \left\{ \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$;

又由 $f(f(x)) = x$, 即方程 $(x^2 - 1)^2 - 1 = x$, 解得 $x = 0$ 或 -1 或 $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$,

所以 $N = \left\{ 0, -1, \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$.

对于任意 $x \in M$, 即满足 $f(x) = x$, 可得 $f(f(x)) = f(x) = x$, 即 $x \in N$,

所以 $M \subseteq N$.

(2) 【问答题】解: 记 $y = f(x)$, 则关于 x 的方程 $f(f(x)) = x$ 的解为方程组 $\begin{cases} y = x^2 - 2x + c \\ x = y^2 - 2y + c \end{cases}$

解的横坐标, 两式相减可得 $(x - y)(x + y - 1) = 0$,

要使得 $f(x) = x$ 与 $f(y) = x$ 有相同的解, 则方程的解集与 $x - y = 0$ 相同,

所以方程 $x + y - 1 = 0$ 无解, 即 $x^2 - x + c - 1 = 0$ 无解, 或其解为 $x = \frac{1}{2}$,

所以 $\Delta = (-1)^2 - 4(c - 1) \leq 0$, 解得 $c \geq \frac{5}{4}$,

所以实数 c 的取值范围是 $\left[\frac{5}{4}, +\infty \right)$.

【提示】

(1) 【问答题】解析视频请查看最后一题。

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：集合相等、集合的表示（列举法）

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】



17. 【复合题】已知集合 $A = \{1, 2, a^2\}$, $B = \{1, 2, -a\}$.

(1) 【问答题】若集合 $A \cup B$ 中有 4 个元素，求实数 a 不可以取的值的集合；

(2) 【问答题】是否存在实数 a ，使 $B \subseteq A$ ，若存在，求出实数 a 的值；若不存在，说明理由.

【正确答案】

(1) 【问答题】 $\because A = \{1, 2, a^2\}$, $B = \{1, 2, -a\}$, $A \cup B$ 有 4 个元素，

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, a^2, -a\}$$

$$\therefore a^2 \neq 1, a^2 \neq 2, a^2 \neq -a, -a \neq 1, -a \neq 2$$

$$\therefore a \neq \pm 1, a \neq \pm \sqrt{2}, a \neq 0, a \neq -2$$

$$\therefore a \text{ 不可以取的值的集合为 } \{-2, -\sqrt{2}, -1, 0, 1, \sqrt{2}\}.$$

(2) 【问答题】若 $B \subseteq A$ ，则 $-a \in A$ ，

$$\therefore \text{由集合中元素的互异性知 } -a = a^2 \neq 1$$

$$\therefore a = 0 \text{ 且 } a \neq -1$$

当 $a = 0$ 时， $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$, $B \subseteq A$

\therefore 存在实数 $a = 0$ ，使 $B \subseteq A$.

【提示】

(1) **【问答题】** 解析视频请查看最后一题。

【更多习题信息】

难易度：适中

知识点：元素互异性、利用集合间的关系求参数

【智慧中小学APP扫码查看完整解析】

